

Déformation d'objets non rigides

Comment développer une *pâte à modeler virtuelle* en développant de nombreux outils de déformation ?

Déformation d'objets

Transformer un objet non rigide en un autre dans le temps :

- (i) Méthode permettant de modifier la forme de l'objet,
- (ii) Méthode décrivant la déformation comme une fonction du temps.

3 modèles de déformation

**Systèmes
de particules
de Reeves**

Représentation
des phénomènes
naturels
grâce à des
modèles
stochastiques

**Approches
de
nature physique**

Désigne le
mouvement
des objets
en tenant compte
des forces
impliquées.

**Modèles
de déformation
géométrique**

Transformations non
linéaires appliquées
directement à la géométrie
de l'objet ou
à un enveloppe.

Modèle de déformation géométrique : transformation appliquée à la géométrie de l'objet

Déformations globales

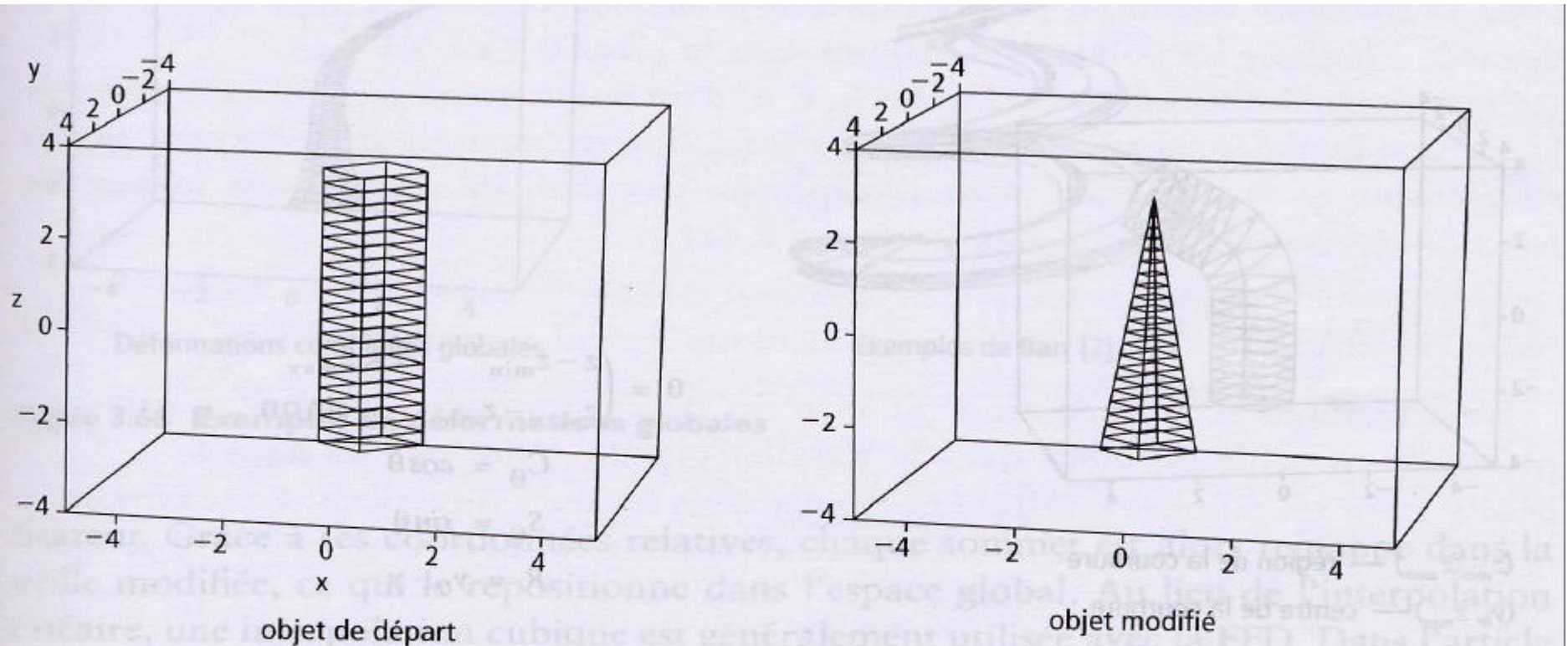
- Permet de déformer globalement un objet à l'aide de transformations non linéaires appliquées directement à la géométrie de l'objet.
- Il s'agit d'appliquer globalement une matrice de transformation 3×3 , $M(P)$, qui est une fonction du point P à transformer.
- On peut utiliser n'importe quelle matrice non linéaire du moment qu'elle produit l'effet désiré.
- Ces transformations peuvent évoluer dans le temps. L'animateur peut déformer l'objet directement en définissant des formes clés; puis, interpoler ces formes clés pour produire une animation.

Plusieurs exemples sont présentés.



Modèle de déformation géométrique : transformation appliquée à la géométrie de l'objet

Exemple I : Amincissement global



$$s(z) = \frac{(maxz - z)}{(maxz - minz)}$$

$$x' = s(z) \cdot x$$

$$y' = s(z) \cdot y$$

$$z' = z$$

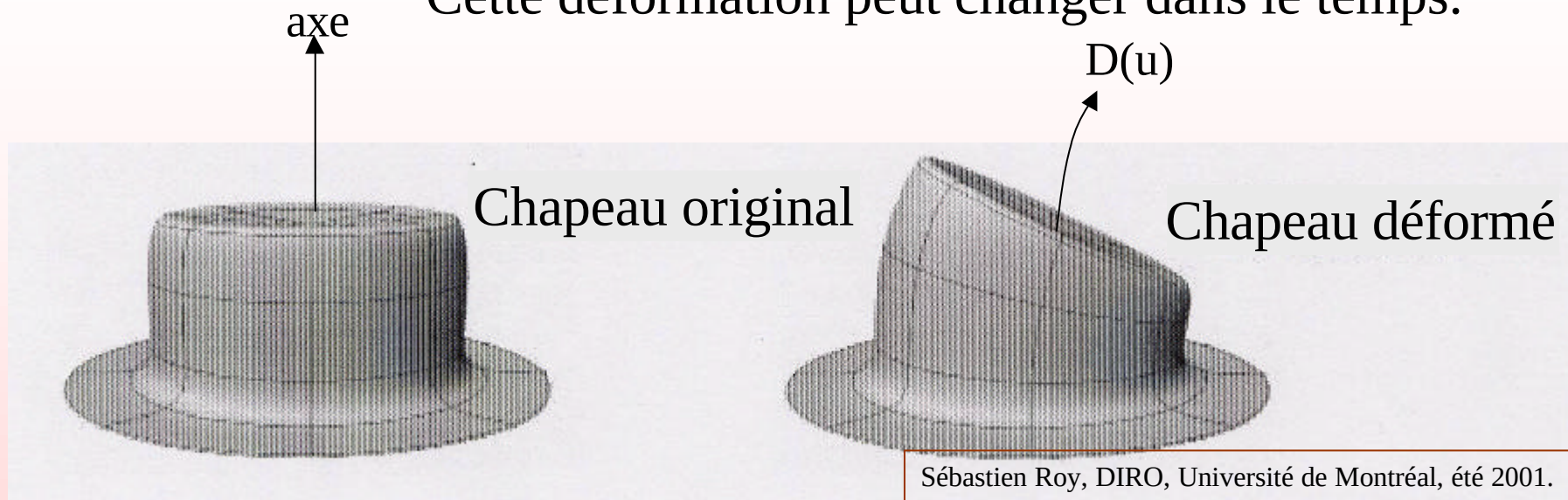
$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s(z) & 0 & 0 \\ 0 & s(z) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

$$P' = M(P) \cdot P$$

Modèle de déformation géométrique : transformation appliquée à la géométrie de l'objet

Exemple II :

Un axe de référence est courbé ou plié (« bend »).
Cette déformation peut changer dans le temps.



Soient

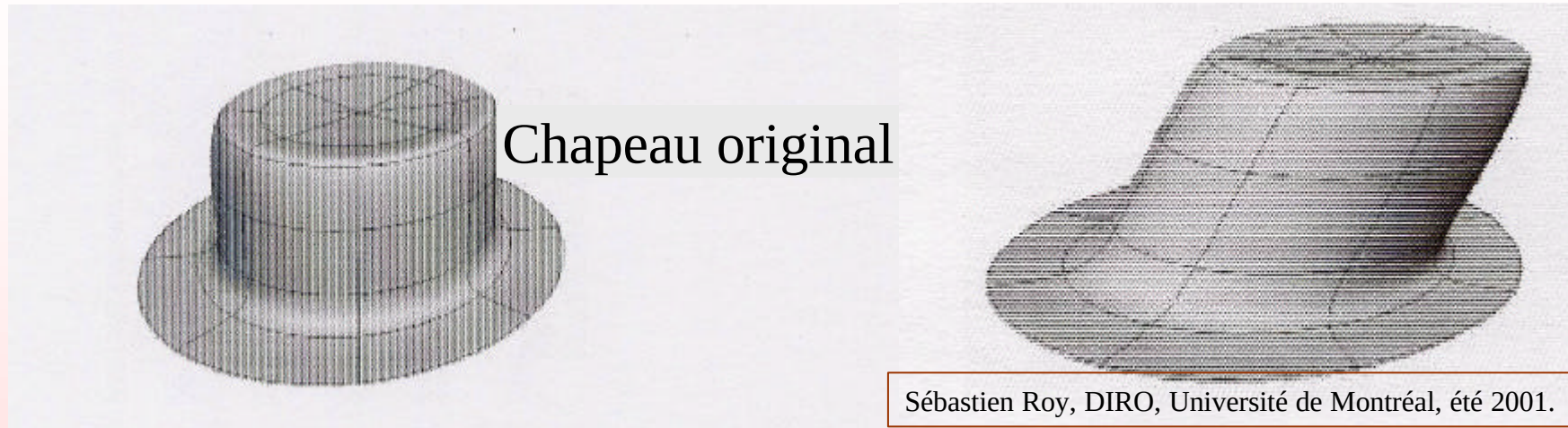
- la courbe génératrice $C(u)$, $u \in [0,1]$,
- la courbe $D(u)$, $u \in [0,1]$ représentant la déformation de l'axe,
- l'axe de rotation passant par $D(u)$ dans la direction $\mathbf{D}^u(\mathbf{u})$, $u \in [0,1]$,
- la transformation T_Z faisant coïncider cet axe de rotation à l'axe des z ,
- son inverse T_Z^{-1} ,
- la transformation T_θ de rotation d'un angle θ autour de l'axe des z ,

on obtient :

$$S(u, \theta) = T_Z^{-1} T_\theta T_Z C(u), \quad u \in [0, 1], \theta \in [0, 2\pi].$$

Modèle de déformation géométrique : transformation appliquée à la géométrie de l'objet

Exemple III : Cisaillement ou glissement ("shear") selon un axe d



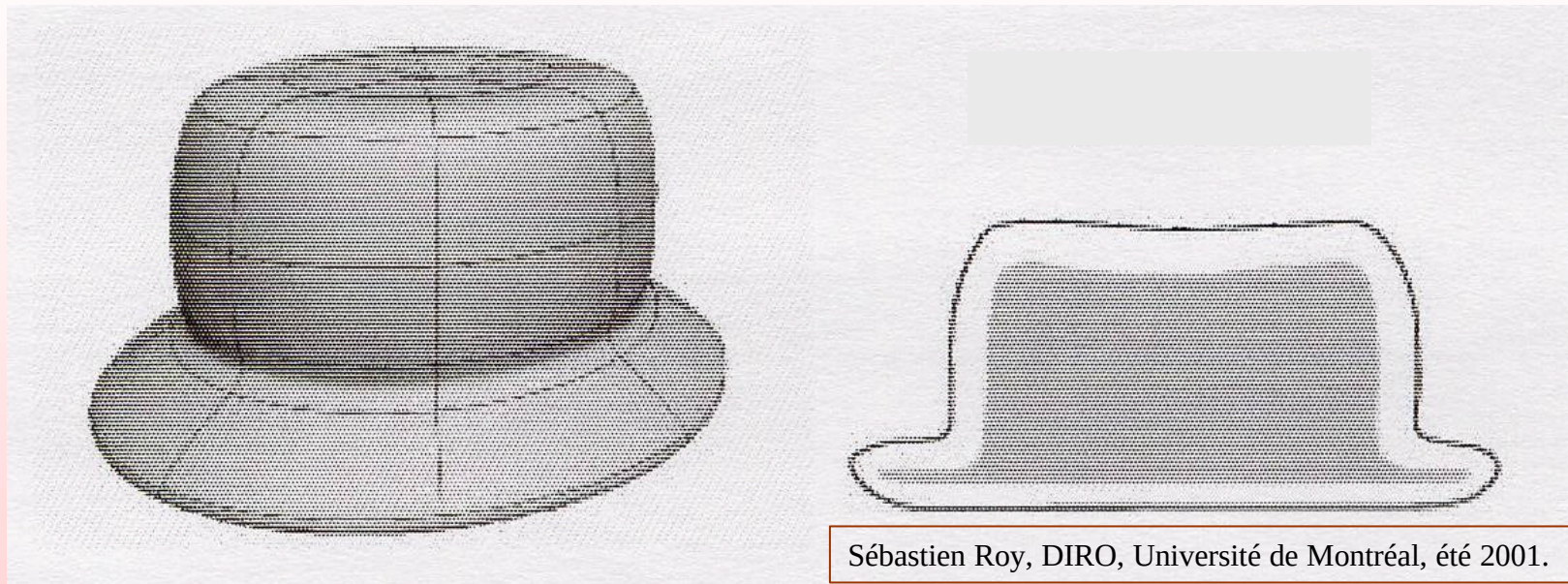
Soient la surface $S(u, v)$, $u \in [0, 1], v \in [0, 1]$,
la transformation T_Z faisant coïncider l'axe d à l'axe des z
et son inverse T_Z^{-1} ,
un glissement $G_Z(a, b)$ selon l'axe des z,

on obtient :

$$T_Z^{-1} G_Z(a, b) T_Z S(u, v) \quad u \in [0, 1], v \in [0, 1].$$

Modèle de déformation géométrique : transformation appliquée à la géométrie de l'objet

Exemple IV : Déplacer les points de l'objet dans la direction de la normale de la surface à ce point.



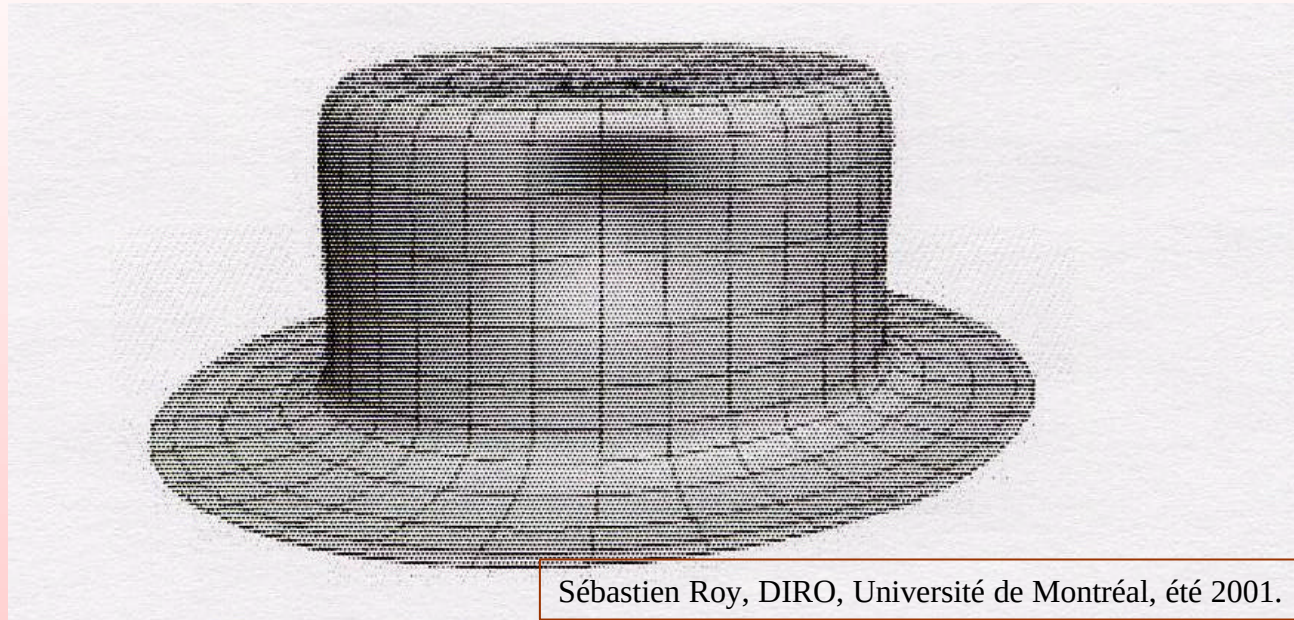
Soient la surface $S(u, v)$, $u \in [0, 1], v \in [0, 1]$,
la normale à la surface $N(u, v)$, $u \in [0, 1], v \in [0, 1]$,
le pas P dans la direction de la normale,

on obtient : $S(u, v) + P * N(u, v)$, $u \in [0, 1], v \in [0, 1]$.

Modèle de déformation géométrique : transformation appliquée à la géométrie de l'objet

Exemple IV : Déplacer les points de l'objet dans la direction de la normale de la surface à ce point.

P peut être remplacé par $P(u, v)$.



Sébastien Roy, DIRO, Université de Montréal, été 2001.

Modèle de déformation géométrique : transformation appliquée à la géométrie de l'objet

Exemple V : Torsion autour d'un axe

Soient la courbe génératrice $C(u)$, $u \in [0,1]$,
l'axe de rotation d ,
la transformation T_z faisant coïncider l'axe de rotation à l'axe des z ,
la transformation inverse T_z^{-1} ,
la transformation T_θ de rotation d'un angle θ autour de l'axe des z ,

on obtient la surface de révolution :

$$S(u, \theta) = T_z^{-1} T_\theta T_z C(u), \quad u \in [0, 1], \theta \in [0, 2\pi].$$

Appliquons une torsion à $S(u, \theta)$ par rapport à l'axe d :

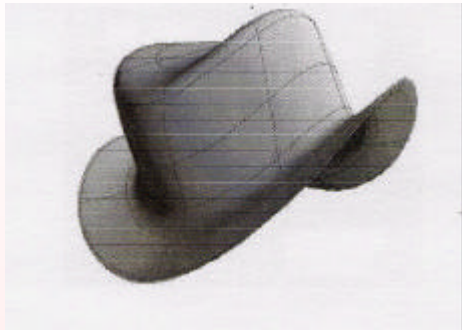
$$D(u, \theta) = T_z^{-1} \begin{pmatrix} \cos(kz) & -\sin(kz) & 0 \\ \sin(kz) & \cos(kz) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} T_z S(u, \theta), \quad \begin{matrix} u \in [0, 1], \\ \theta \in [0, 2\pi]. \end{matrix}$$

avec $z =$ composante en z de $T_z S(u, \theta)$.

où k : un facteur de torsion fixe.

Modèle de déformation géométrique : transformation appliquée à la géométrie de l'objet

Exemple V : Torsion autour d'un axe



Sébastien Roy, DIRO, Université de Montréal, été 2001.

Cas particulier :

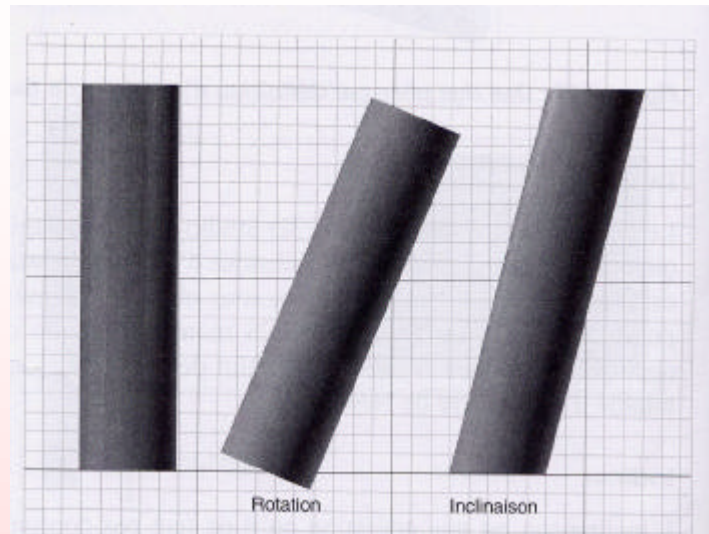
Un cylindre autour de l'axe des z
avec une torsion autour de cette axe

$$\begin{pmatrix} \cos(kz) & -\sin(kz) & 0 \\ \sin(kz) & \cos(kz) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

où (x, y, z) est un point du cylindre.

Modèle de déformation géométrique : transformation appliquée à la géométrie de l'objet

Exemple VI : Inclinaison dans une direction donnée



Bernard Jolival, Le Starter Graphisme 3D avec Bryce 4.
CAMPUSPRESS, 1999, p. 54.

Soient la courbe génératrice $C(u)$, $u \in [0,1]$,
l'axe de rotation de direction $\mathbf{v}$ et
passant par $(1 - u) P + u Q$,
la transformation T_Z faisant coïncider
l'axe de rotation à l'axe des z ,
la transformation inverse T_Z^{-1} ,
la transformation T_θ de rotation d'un
angle θ autour de l'axe des z ,

on obtient la surface de révolution :

$$S(u, \theta) = T_Z^{-1} T_\theta T_Z C(u), \quad u \in [0, 1], \theta \in [0, 2\pi].$$

Situation avant déformation : $P = Q$.

Modèle de déformation géométrique : transformation appliquée à la géométrie de l'objet

Déplacement d'un point ou d'un groupe de points de l'objet

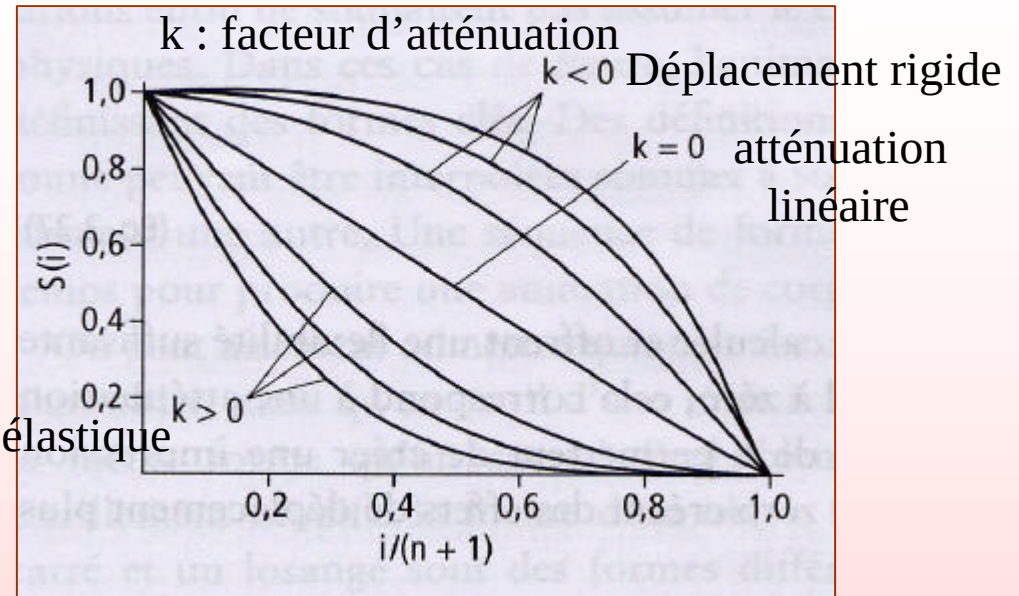
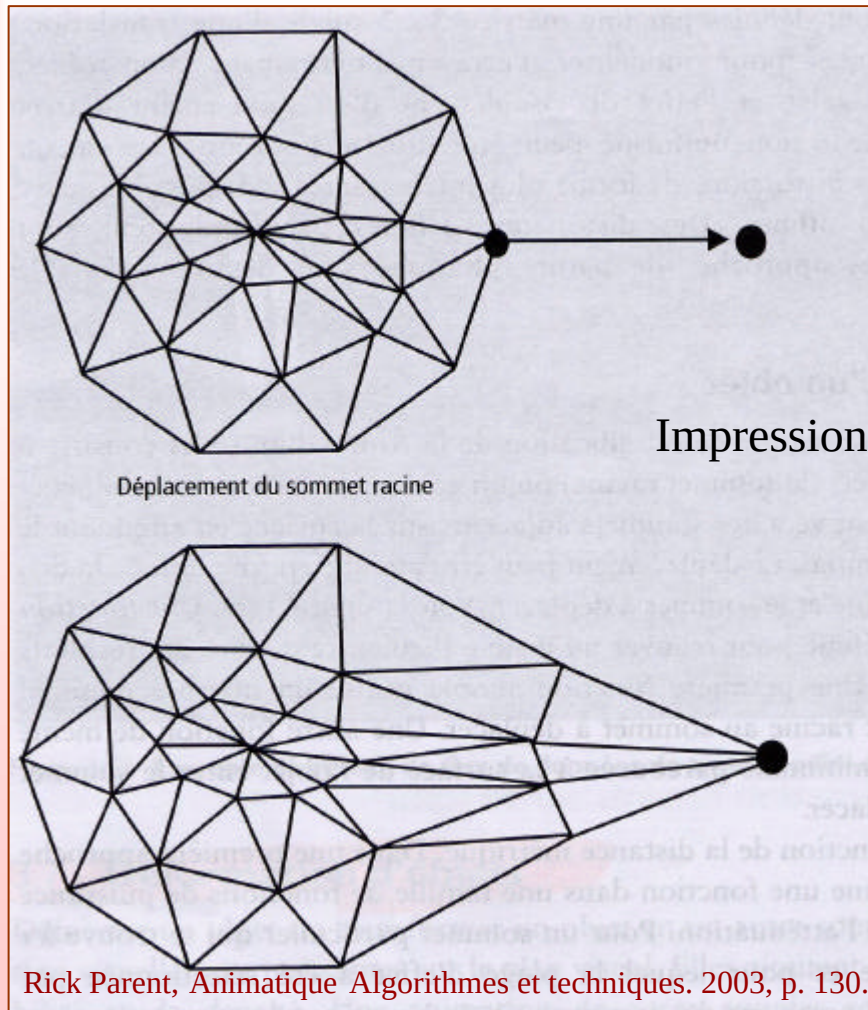
- Il s'agit de déplacer un point ou un groupe de points de l'objet et de propager ce déplacement vers des sommets adjacents sur la surface en atténuant le déplacement du sommet initial.



- Comment atténuer le déplacement ?
 - tenir compte de la distance minimale parcourue à la surface de l'objet entre le sommet racine et le sommet à déplacer.
 - considérer le nombre minimal d'arêtes reliant le sommet racine et le sommet à déplacer.

Modèle de déformation géométrique : transformation appliquée à la géométrie de l'objet

Déplacement d'un point ou d'un groupe de points de l'objet



Plage d'effet : cela porte sur des sommets situés à n arêtes du sommet racine.

Fonction d'atténuation $S(i)$

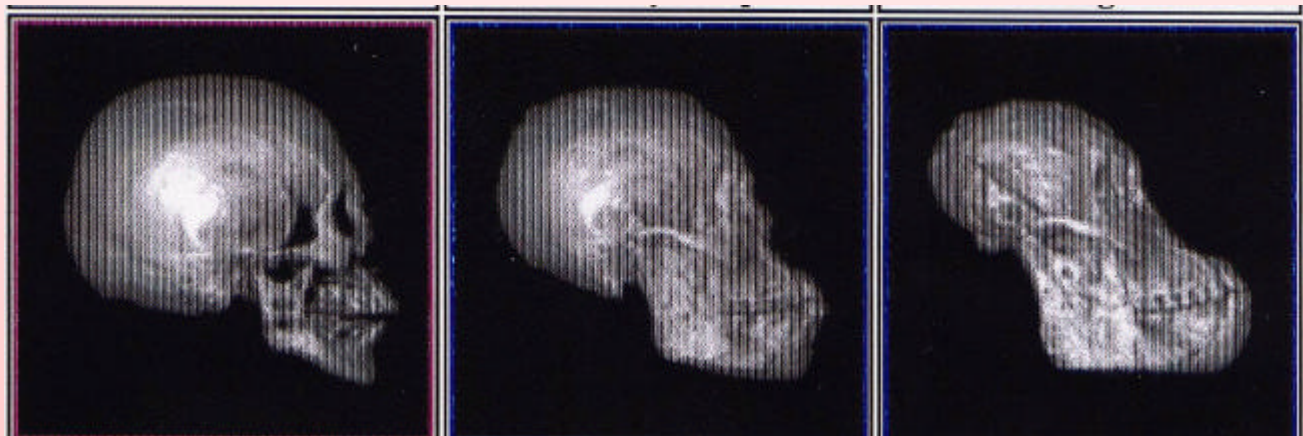
$$S(i) = 1 - \left(\frac{i}{n+1} \right)^{k+1} \quad k \geq 0$$

$$= \left(1 - \left(\frac{i}{n+1} \right)^{-k+1} \right) \quad k < 0$$

Modèle de déformation géométrique : transformation appliquée à la géométrie de l'objet

Métamorphose d'objets 3D (« Morphing 3D »)
ou
interpolation polymorphe

- Elle permet de donner à un objet existant la forme d'un autre objet.
- Ces méthodes mettent en correspondance des maillages de chaque objet.
- Puis, la métamorphose est effectuée par une simple interpolation entre les sommets.



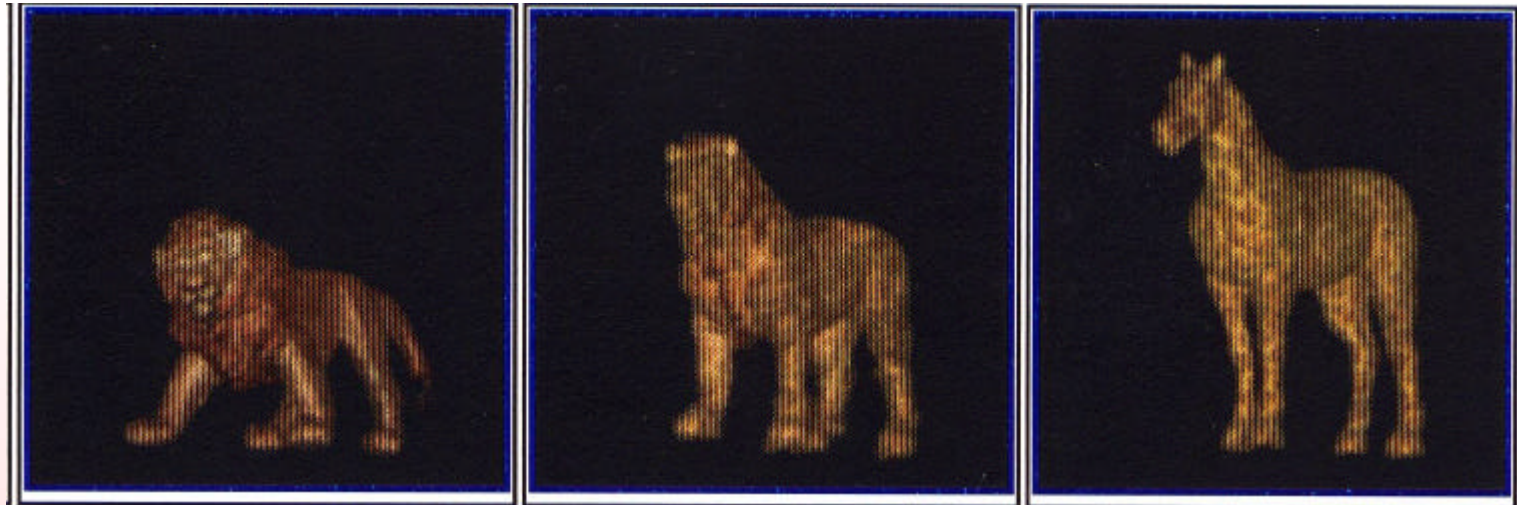
Tête humaine

Métamorphose

Tête d'un orang-outang

Modèle de déformation géométrique : transformation appliquée à la géométrie de l'objet

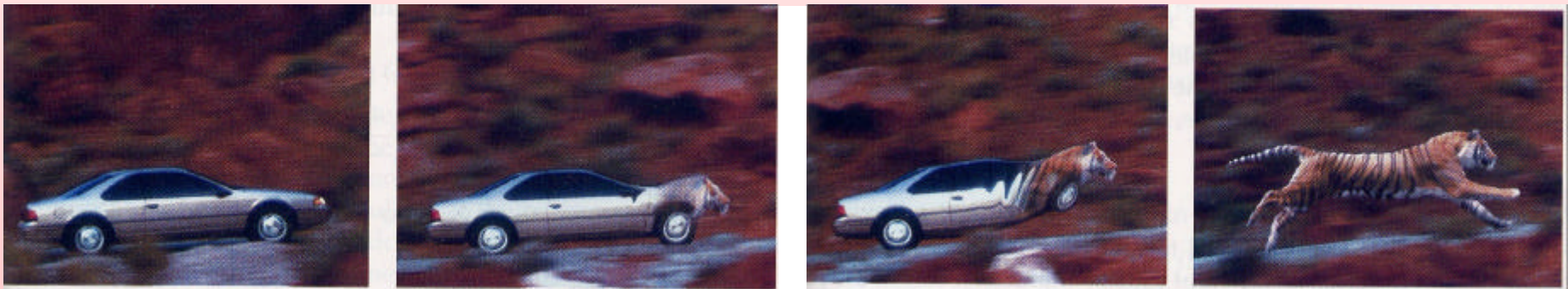
Métamorphose d'objets 3D (« Morphing 3D »)



lion

Métamorphose

Cheval-léopard



Hearn & Baker, Computer Graphics with OpenGL. Pearson Prentice Hall, 2004, p. 741.

Modèle de déformation géométrique : transformation appliquée à l'enveloppe de l'objet

Déformation de forme libre (FFD) (« Free Form Deformation »)

Méthode développée par T.W. Sederburg et S.R. Parry, Free-Form Deformation of Solid Geometric Models. Computer Graphics 20 (4), p. 151, 1986.

- On ne change pas directement la géométrie de l'objet mais une enveloppe de l'objet.
- L'approche consiste à établir un système de coordonnées local englobant la zone de l'objet à déformer.
- La configuration initiale du système de coordonnées local est telle que la détermination des coordonnées locales des sommets est facile.

Exemple : La configuration initiale possède des axes orthogonaux.

- Le système de coordonnées local est déformé par l'utilisateur.
- Les coordonnées locales des sommets sont utilisées pour projeter leurs positions dans un espace global.

Modèle de déformation géométrique : transformation appliquée à l'enveloppe de l'objet

Déformation de forme libre (FFD) (« Free Form Deformation »)

Principe qui sous-tend cette méthode

Il est plus facile ou plus intuitif pour l'utilisateur de manipuler un système de coordonnées local que les sommets de l'objet.

Concession à faire

La manipulation de l'objet sera limitée aux déformations possibles du système de coordonnées local.

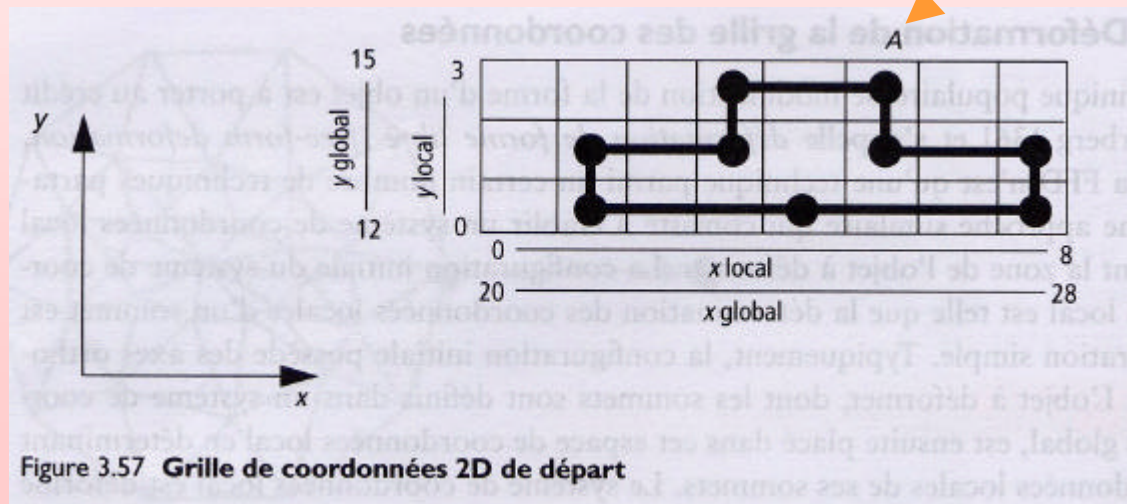
La grille de coordonnées locale est déformée de façon que la mise en correspondance soit continue (l'espace n'est pas détruit) mais, possiblement, non linéaire.

Modèle de déformation géométrique : transformation appliquée à l'enveloppe de l'objet

Déformation d'une grille 2D

Méthode développée par N. Burtnyk and M. Wein, Interactive Skeleton Techniques for Enhancing Motion Dynamics in Key Frame Animation, CACM, 19 (10), 1976, p. 564-569.

- Dans cette technique, le système de coordonnées local est une grille 2D dans laquelle est placé l'objet.
- Cette grille est alignée avec les axes globaux de façon que la correspondance entre coordonnées locales et globales comprenne une mise à l'échelle et une translation.



(25.6, 14.7) global
ou
(5.6, 2.7) local

Modèle de déformation géométrique : transformation appliquée à l'enveloppe de l'objet

Déformation d'une grille 2D

- La grille est ensuite déformée par l'utilisateur en déplaçant les sommets de celle-ci.
- Les sommets de l'objet sont repositionnés dans la grille déformée par une interpolation bilinéaire relative à la cellule de la grille dans laquelle se trouve le sommet.

Rick Parent, *Animatique Algorithmes et techniques*. 2003, p. 132.

$$\begin{aligned}P_{u0} &= (1 - u) \cdot P_{00} + u \cdot P_{10} \\P_{u1} &= (1 - u) \cdot P_{01} + u \cdot P_{11} \\P_{uv} &= (1 - v) \cdot P_{u0} + v \cdot P_{u1} \\&= (1 - u) \cdot (1 - v) \cdot P_{00} + (1 - u) \cdot v \cdot P_{01} + u \cdot (1 - v) \cdot P_{10} + u \cdot v \cdot P_{11}\end{aligned}$$

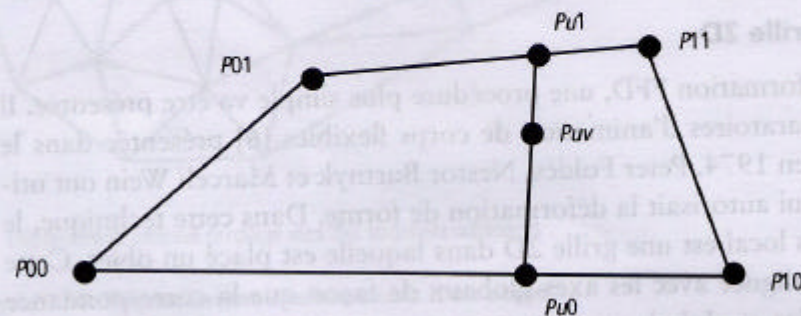


Figure 3.58 Interpolation bilinéaire

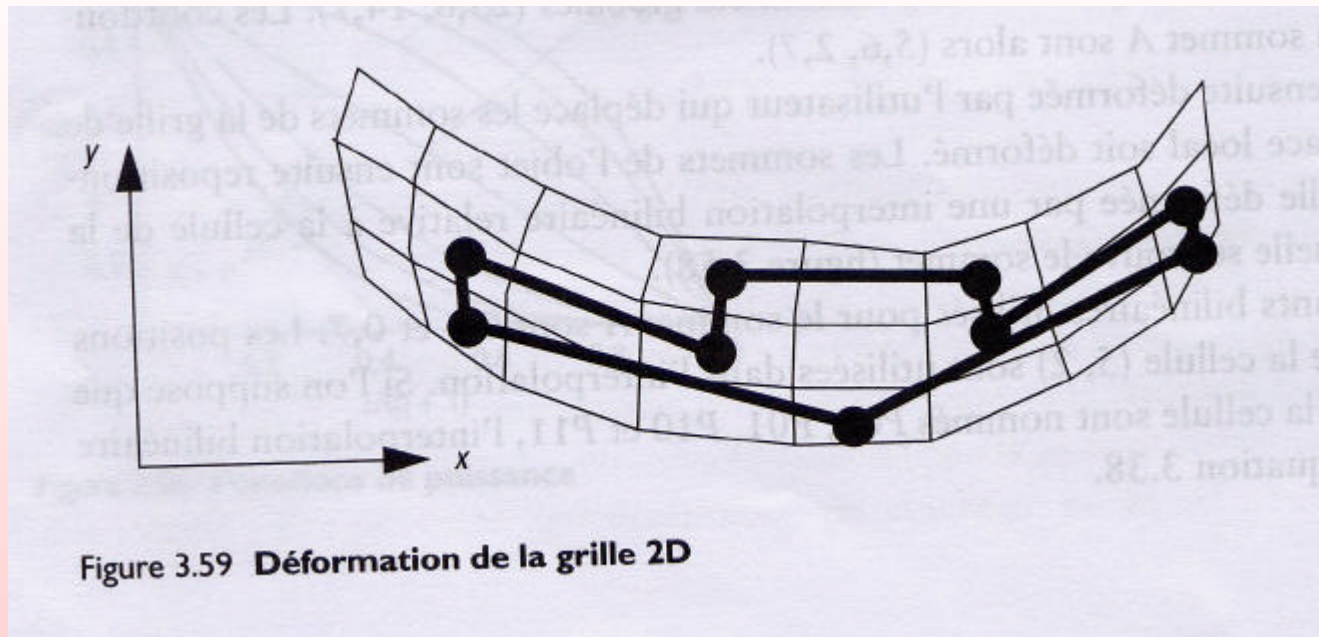
P00, P01, P10 et P11 désignent les points de la cellule de A après déformation.

u et v sont obtenus à partir des coordonnées locales de A et des sommets de sa cellule avant déformation.

Modèle de déformation géométrique : transformation appliquée à l'enveloppe de l'objet

Déformation d'une grille 2D

- L'objet est alors déformé en fonction de la déformation de la grille locale.



Rick Parent, *Animatique Algorithmes et techniques*. 2003, p. 132.

Modèle de déformation géométrique : transformation appliquée à l'enveloppe de l'objet

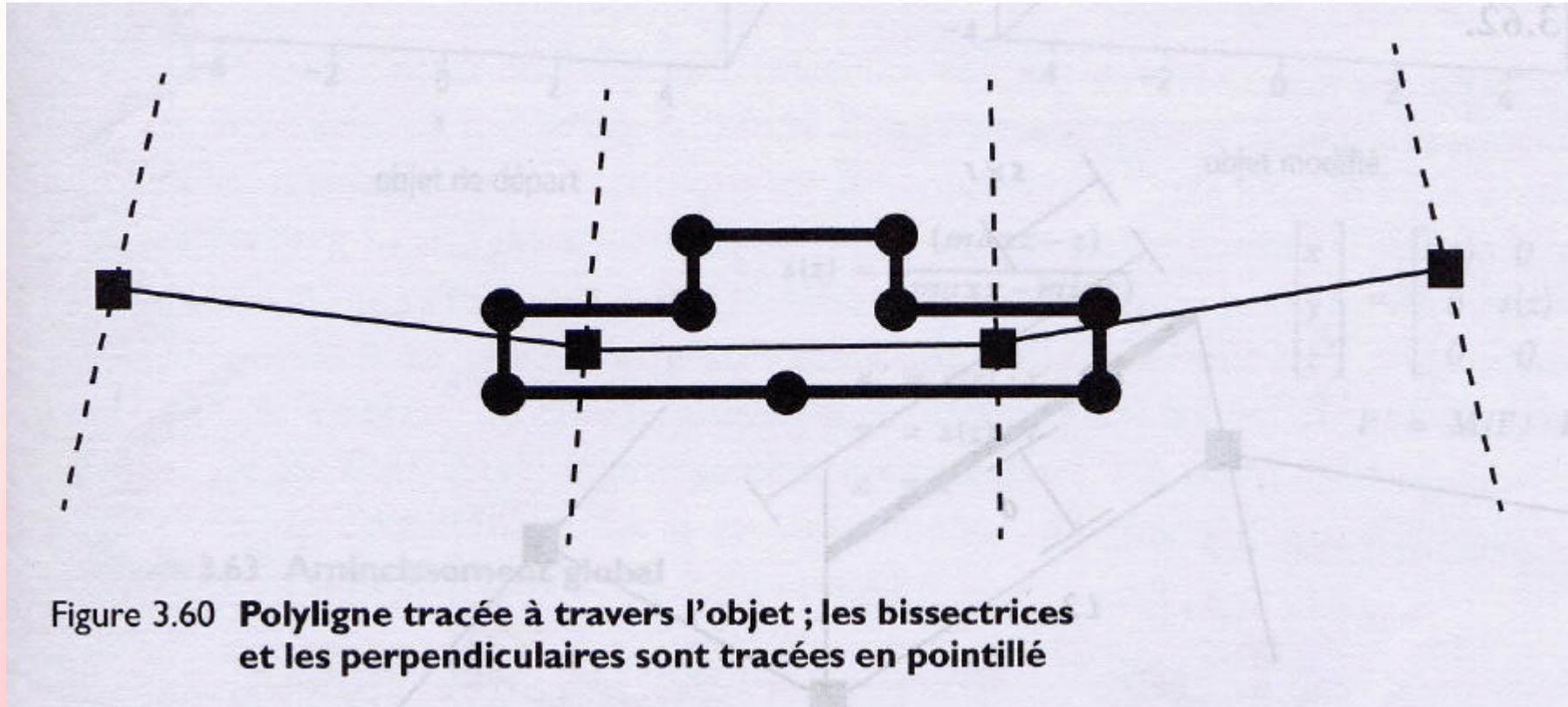
Déformation à l'aide d'une polyligne 2D

- La technique s'appuie sur une séquence linéaire de segments reliés tracés par l'utilisateur sur la surface de l'objet à déformer.
- 1. Repérer le segment de ligne le plus significatif pour chaque sommet de l'objet.
 - des lignes d'intersection tracées à l'intersection de segments adjacents,
 - des lignes perpendiculaires tracées aux extrémités de la polyligne.
 - chaque segment de polyligne possède 2 lignes de délimitation.

Pour chaque sommet de l'objet, le segment de polyligne le plus proche qui contient ce sommet placé entre ses lignes de délimitation est sélectionné.

Modèle de déformation géométrique : transformation appliquée à l'enveloppe de l'objet

Déformation à l'aide d'une polyligne 2D

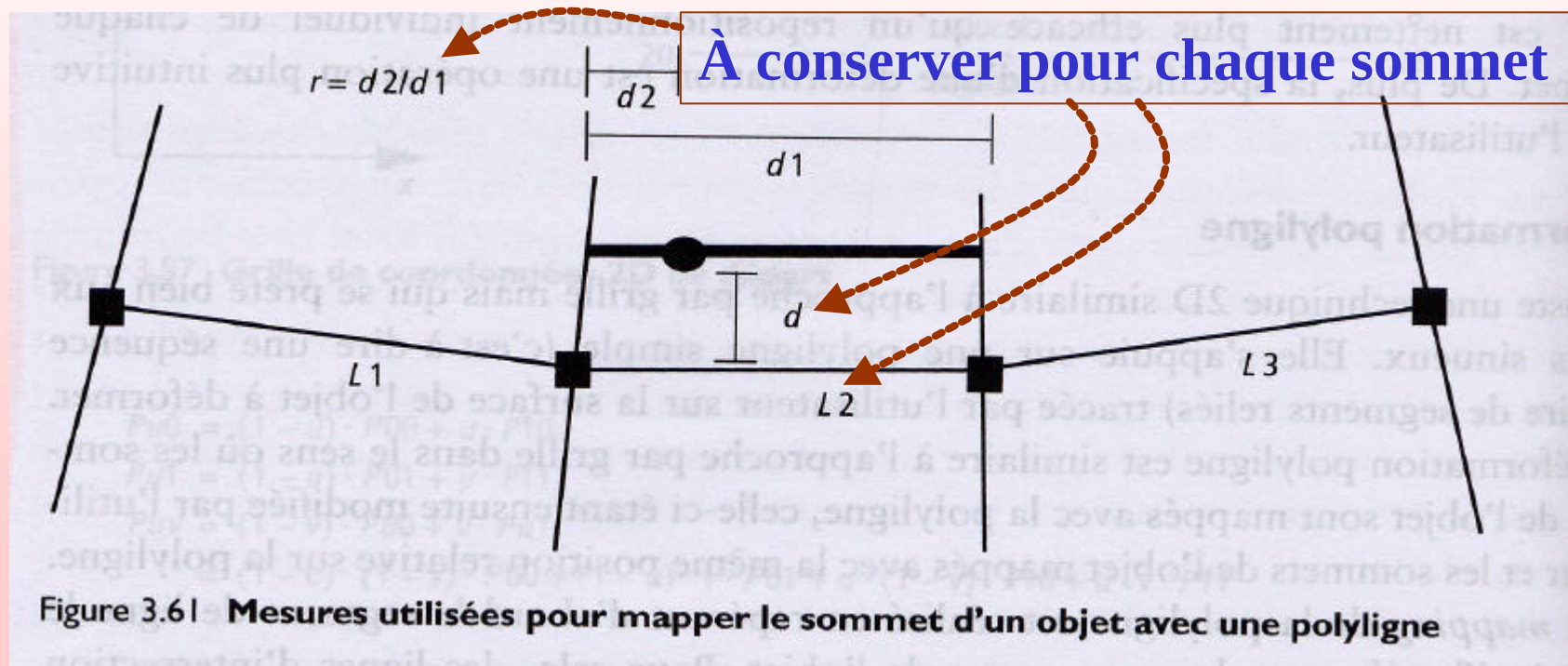


Rick Parent, *Animatique Algorithmes et techniques*. 2003, p. 133.

Modèle de déformation géométrique : transformation appliquée à l'enveloppe de l'objet

Déformation à l'aide d'une polyligne 2D

2. Appliquer chaque sommet de l'objet à son segment de polyligne correspondant.
- un segment est tracé au sommet de l'objet parallèlement au segment de polyligne et entre les lignes de délimitation.

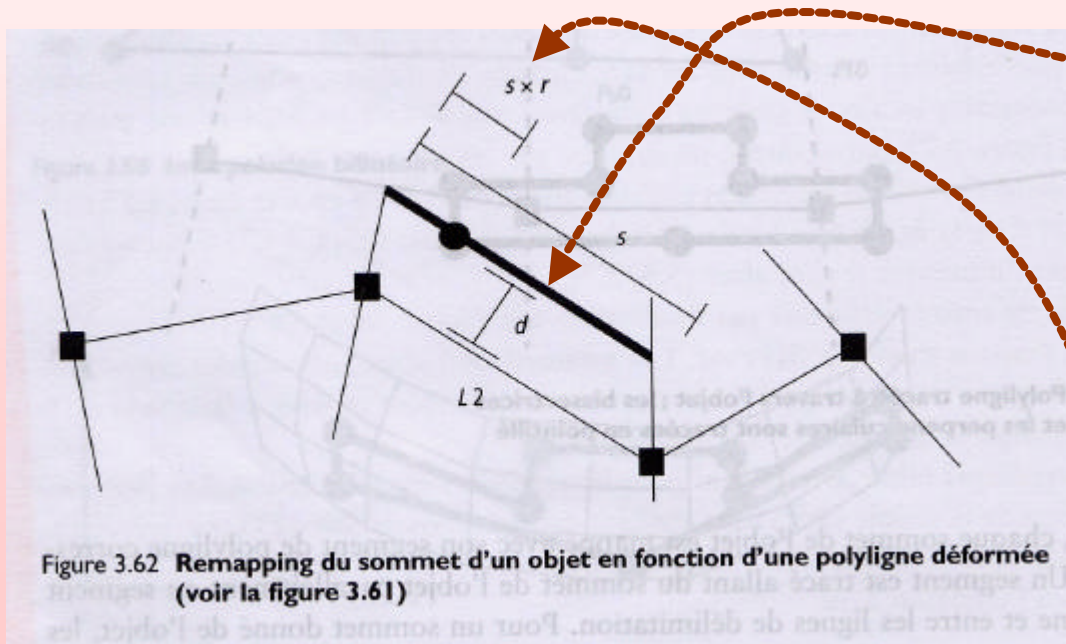


Modèle de déformation géométrique : transformation appliquée à l'enveloppe de l'objet

Déformation à l'aide d'une polyligne 2D

3. La polyligne est alors repositionnée (déformée) par l'utilisateur.

- Chaque sommet de l'objet est repositionné en fonction de la polyligne en utilisant les informations enregistrées antérieurement pour ce sommet.



Tracer à d unités une ligne $\parallel$ au segment nouvellement positionné.

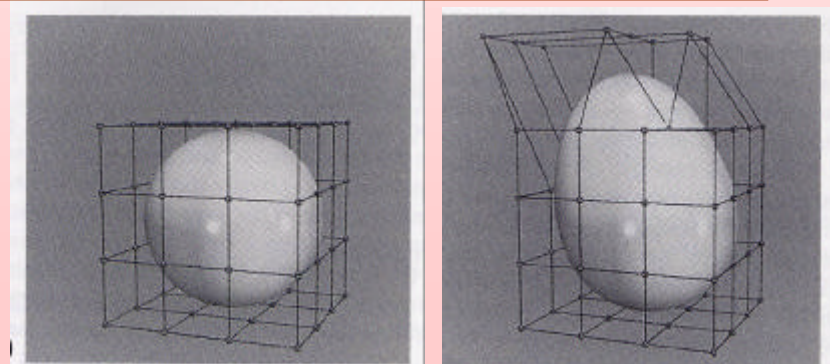
La nouvelle position du sommet est situé proportionnellement à la même distance sur cette ligne qu'à l'origine.²⁴

Modèle de déformation géométrique : transformation appliquée à l'enveloppe de l'objet

Déformation de forme libre 3D (FFD) (« Free Form Deformation »)

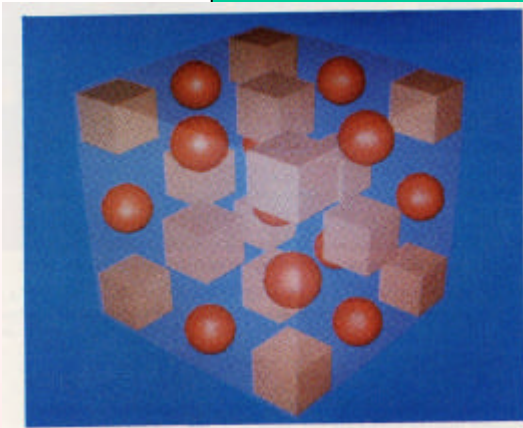
- Extension 3D de la technique de Burtnyk avec une interpolation d'ordre supérieur.
- D'un abord très intuitif et visuel, l'objet à déformer est inscrit dans un parallélépipède dont les arêtes définissent un repère local.
- L'enveloppe est divisée en cubes suivant une grille tridimensionnelle.
- Les sommets de la grille forment les points de contrôle, qu'il convient de déplacer pour déformer l'espace.

Déformation d'une sphère en oeuf



Modèle de déformation géométrique : transformation appliquée à l'enveloppe de l'objet

Approche de Sederberg & Parry (86)



Avant déformation



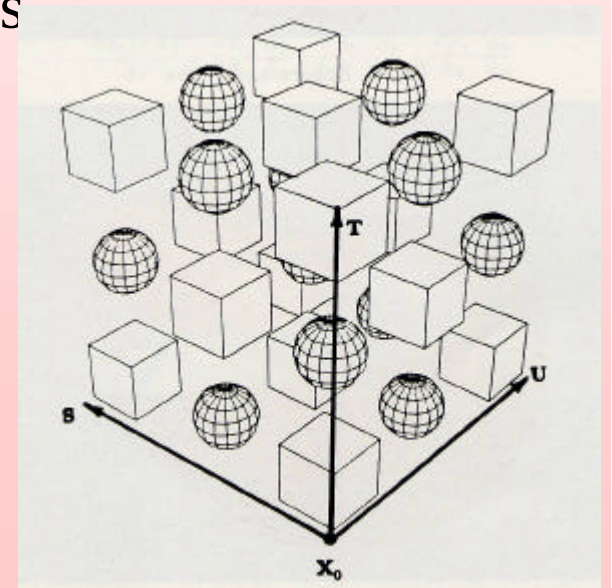
Après déformation

Thomas W. Sederberg & Scott R. Parry, Free-Form Deformation of Solid Geometric Models. Computer Graphics, 1986, 20(4), p. 151-160.

1. L'utilisateur choisit un système de coordonnées local dans lequel un parallélépipède est défini, renfermant les objets à déformer.

Chaque point P ayant comme coordonnées (s, t, u) dans ce système local est telle que :

$$P = X_0 + s S + t T + u U.$$



Modèle de déformation géométrique : transformation appliquée à l'enveloppe de l'objet

Approche de Sederberg & Parry (86)

Étant donné un point P quelconque, comment obtenir ses coordonnées (s, t, u) ?


$$\begin{aligned} P &= X_0 + s S + t T + u U \\ P - X_0 &= s S + t T + u U \\ (T \times U) \cdot (P - X_0) &= (T \times U) \cdot (s S + t T + u U) \\ (T \times U) \cdot (P - X_0) &= s (T \times U) \cdot S \\ s &= \frac{(T \times U) \cdot (P - X_0)}{(T \times U) \cdot S} \end{aligned}$$

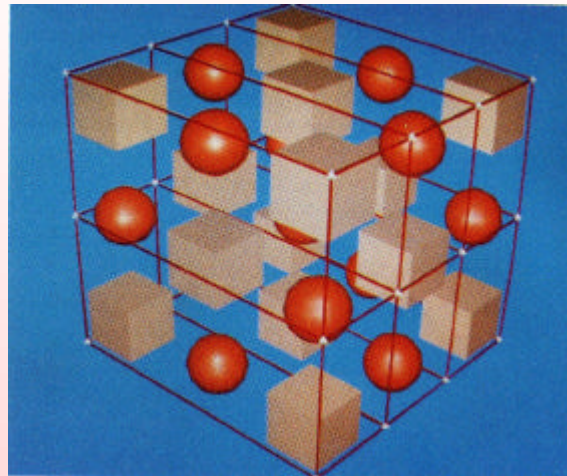
De façon similaire, $t = \frac{(S \times U) \cdot (P - X_0)}{(S \times U) \cdot T}$ $u = \frac{(S \times T) \cdot (P - X_0)}{(S \times T) \cdot U}$

Note : La norme des vecteurs S, T et U a été choisie de telle sorte que
 $\forall P \in \text{parallélépipède, on a } s, t \text{ et } u \in [0, 1].$

Modèle de déformation géométrique : transformation appliquée à l'enveloppe de l'objet

Approche de Sederberg & Parry (86)

2. Nous considérons une grille de points de contrôle P_{ijk} sur le parallélépipède avec $l+1$, $m+1$ et $n+1$ plans dans les directions S , T et U resp.



$$l = 1, m = 2 \text{ et } n = 3.$$

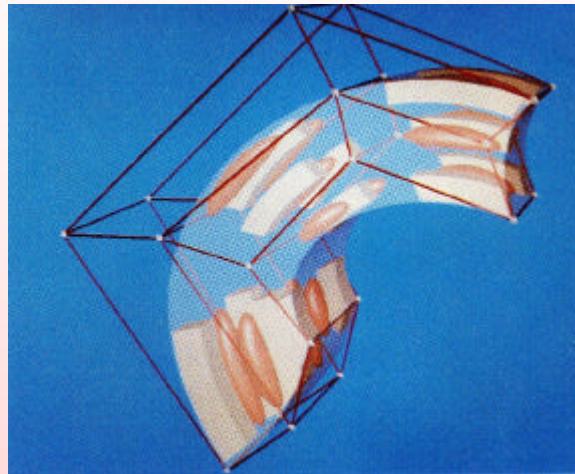
L'emplacement de ces points de contrôle est : $P_{ijk} = X_0 + \frac{i}{l}S + \frac{j}{m}T + \frac{k}{n}U$

où $i = 0, \dots, l$; $j = 0, \dots, m$; $k = 0, \dots, n$.

Modèle de déformation géométrique : transformation appliquée à l'enveloppe de l'objet

Approche de Sederberg & Parry (86)

3. L'animateur applique une déformation en déplaçant les points de contrôle P_{ijk} de leurs positions de départ dans la grille : $\tilde{P}_{ijk}$.



4. Calcul des coordonnées d'un point P de l'objet après déformation.

- on calcule (s, t, u) les coordonnées de P avant déformation.
- on calcule $\tilde{P} = V(s, t, u)$, le point P déformé,
où V est un solide de Bézier avec comme points de contrôle $\tilde{P}_{ijk}$

Modèle de déformation géométrique : transformation appliquée à l'enveloppe de l'objet

Approche de Sederberg & Parry (86)

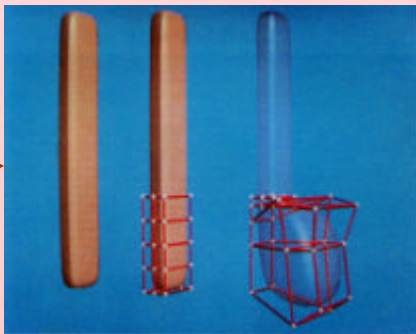
Remarque :

- Le choix de cette grille régulière de points est important : le solide de Bézier coïncide initialement avec le parallélépipède.
- D'autres choix que le solide de Bézier s'offrent à nous.

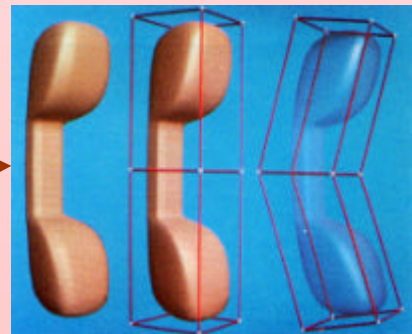
Avantages :

- Cette technique peut s'appliquer à différents modèles de solides, à des surfaces et à des maillages polygonaux.
- Cette technique est facile à utiliser.
- On peut appliquer une déformation globalement ou localement.

local →



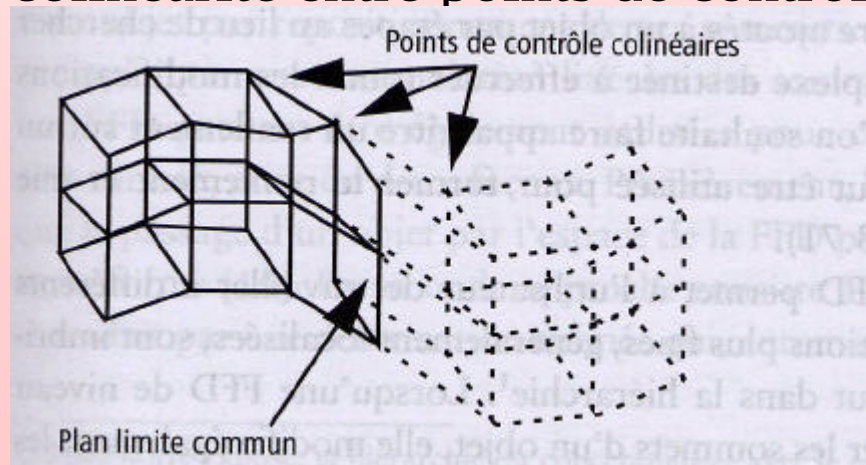
global →



Modèle de déformation géométrique : transformation appliquée à l'enveloppe de l'objet

Approche de Sederberg & Parry (86)

- Les grilles de déformation peuvent être combinées soient
 - séquentiellement : les éléments de détail sont ajoutés par étapes,
 - hiérarchiquement : permet de travailler à différents niveaux de détails
- Les solides de Bézier peuvent être reliés par des contraintes de continuité.
- Pour appliquer la continuité de position, des grilles adjacentes doivent partager les points de contrôle le long de la surface limite.
- Une continuité C^1 peut être assurée entre 2 grilles en appliquant la colinéarité entre points de contrôle adjacents sur la bordure commune.



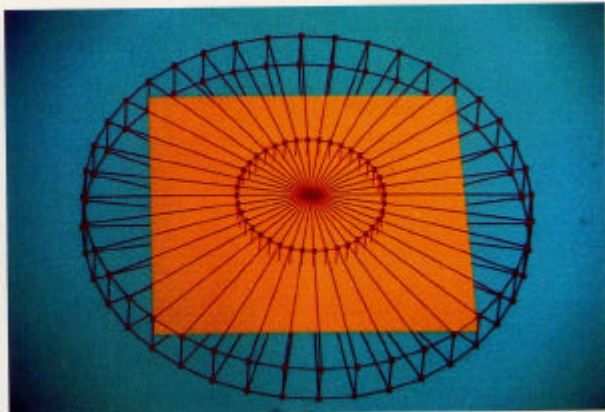
Modèle de déformation géométrique : transformation appliquée à l'enveloppe de l'objet

Extension de la méthode de déformation de forme libre (« Extended Free Form Deformation »)

- Cette dernière méthode est très intuitive mais elle est trop limitée pour pouvoir sculpter tout type de surface.
- Cela est dû principalement à la forme du treillis 3D utilisé.
- D'autres enveloppes que le parallélépipède ont été introduites.



Coquillart S. Extended Free-Form Deformation : A Sculpturing Tool for 3D Geometric Modeling. Computer Graphics 24 (4), p.187, 1990.



Grille cylindrique



Grille déformée



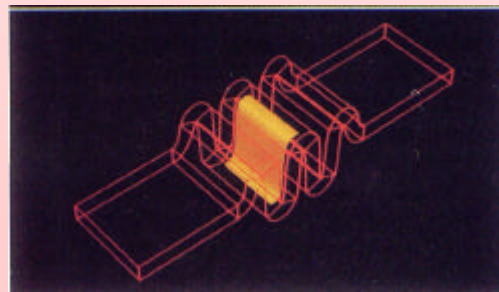
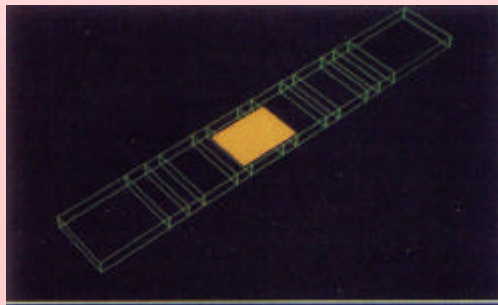
Objet déformé

Animation d'objets déformés (FFD)

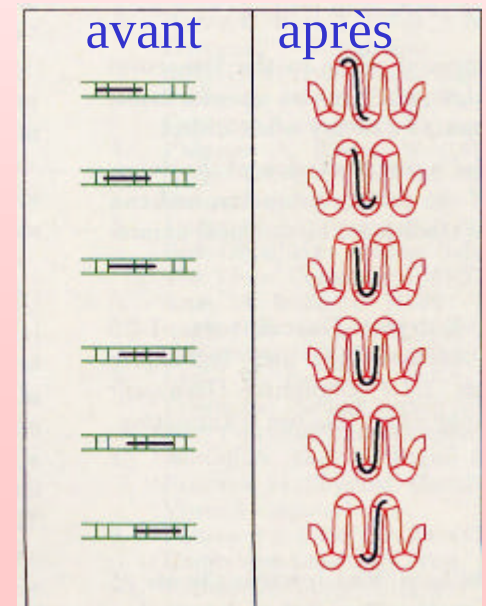
Coquillart S. & Jancene P. Animated Free-Form Deformation : An Interactive Animation Technique. Computer Graphics 25 (4), 1991.

- Les techniques de déformation de forme libre (FFD) ont été utilisées jusqu'ici pour modifier la forme d'un objet.
- Au lieu de procéder par interpolation linéaire des sommets de l'objet, sommet par sommet, pour produire une animation, les techniques précédentes peuvent être utilisées pour contrôler l'animation d'une manière plus directe.
- Les 2 méthodes proposées s'appuient sur le fait que la grille de déformation de l'objet et l'objet lui-même sont indépendants :

1. Déformation globale : un objet se déplaçant à l'intérieur de la grille de contrôle

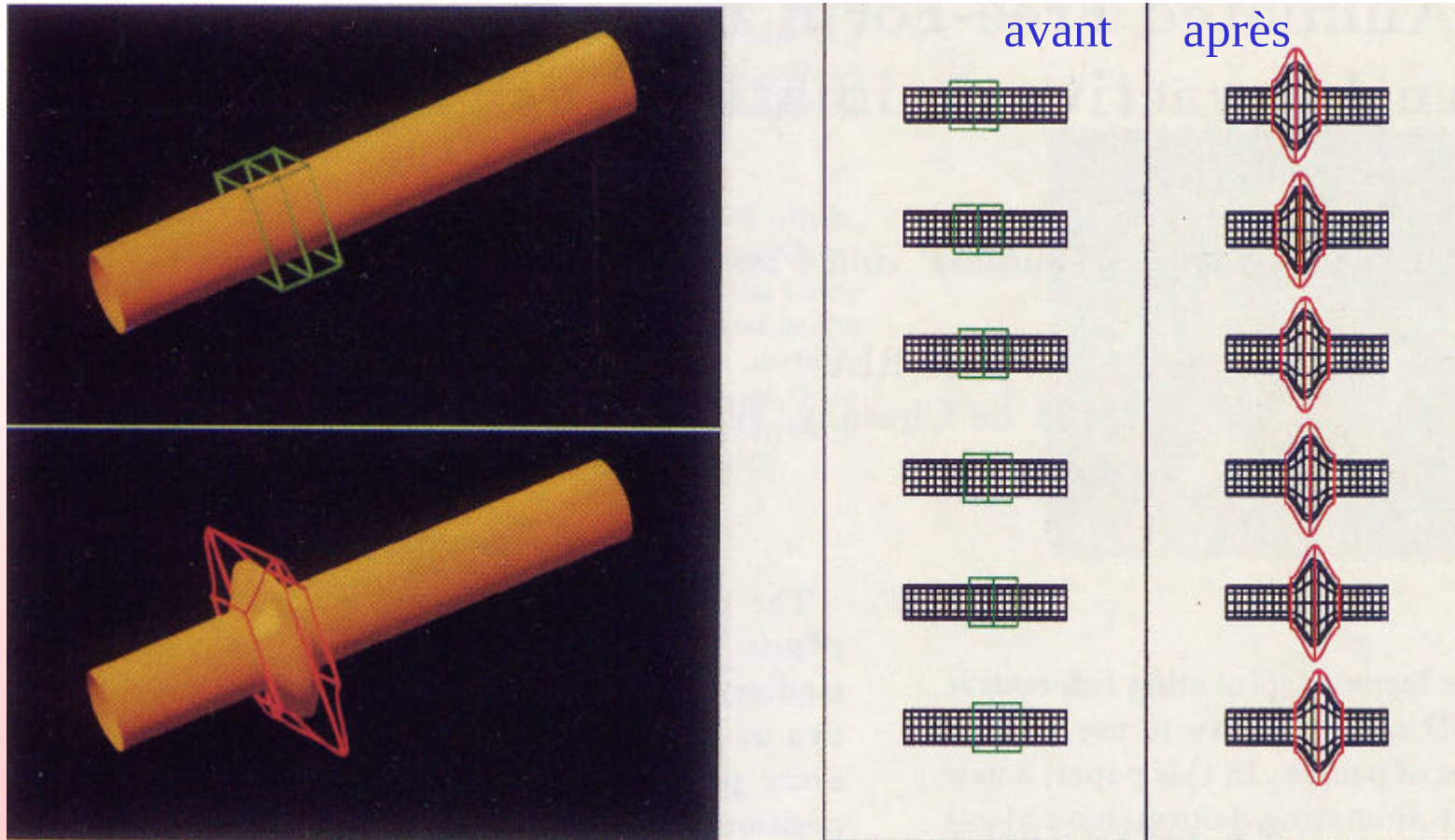


Animation d'une feuille



Animation d'objets déformés (FFD)

2. Déformation locale : le déplacement de la grille de contrôle



Animer les points de la grille de contrôle.